

Câu Hỏi 1

Chưa trả lời

Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Hàm cầu của mặt hàng A là $q_A = 3p_B + \frac{2p_B}{p_A}$

Trong đó, p_A và p_B là giá của các mặt hàng A và B.

Giá của các mặt hàng A và B là $(p_A, p_B) = (2, 6)$.

Chọn phát biểu sai:

- ☐ A. Khi p_A không đổi và p_B giảm 1 đơn vị thì q_A giảm xấp xỉ 4 đơn vị.
- ☒ B. Khi p_A không đổi và p_B tăng 1% thì q_A tăng xấp xỉ 3%.
- ☐ C. Các mặt hàng A và B có quan hệ thay thế.
- ☐ D. Độ co giãn của q_A theo p_B bằng 1.

a.

$$\frac{dq_A}{dp_B} = 3 + \frac{2}{p_A} = 4$$

p_A không đổi thì q_A giảm 4 đơn vị

b.

$$\epsilon = \frac{dq_A}{dp_B} \cdot \frac{p_B}{q_A}$$

$$= \left(3 + \frac{2}{p_A}\right) \cdot \frac{p_B}{3p_B + \frac{2p_B}{p_A}}$$

$$= 4 \cdot \frac{6}{3 \cdot 6 + \frac{2 \cdot 6}{2}}$$

$$= 1$$

Vậy $p_A \uparrow 1\%$ thì q_A tăng 1%

C. $p_B \uparrow$ thì $q_A \uparrow$ nên thay thế

D. theo B là 1.

Câu Hỏi 2

Chưa trả lời

Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Cho $m > 0$ và xét hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+mx)}{\sin 2x} & \text{khi } x > 0 \\ (m+1)x + 3 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$

Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $f(-1)$.

- ☐ A. 0
- ☐ B. 3
- ☒ C. -4
- ☐ D. $-\pi$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+mx)}{\sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+mx) \times 2x}{mx \times \sin 2x \times 2} = \frac{m}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (m+1)x + 3 = 3$$

$$m = 6. \text{ Tại } f(-1) = (6+1) \cdot (-1) + 3$$

$$= -7 + 3$$

$$= -4$$

Câu Hỏi 3

Chưa trả lời

Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Cho A là ma trận vuông cấp 4 thỏa $\det A = -2$.

Gọi P_A là ma trận phụ hợp của A . Chọn phát biểu đúng:

- ☒ A. $A^2 P_A = -2A$
- ☐ B. $A^3 P_A = -2A$
- ☐ C. $\det(A^{-1} P_A) = -4$
- ☐ D. $AP_A = -\frac{1}{2} I_4$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} P_A$$

$$\Rightarrow -2 \cdot A^{-1} = P_A$$

$$\Rightarrow -2 \cdot A^2 \cdot A^{-1} = A^2 \cdot P_A$$

$$\Rightarrow -2A = A^2 \cdot P_A$$

Câu Hỏi 4

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Cho hệ phương trình tuyến tính $AX = B$ gồm n phương trình, n ẩn.

Giả sử hệ có 2 nghiệm khác nhau là X_1 và X_2 . Chọn phát biểu *sai*:

- ☐ A. $r(A) < n$
- ☐ B. $2X_1 - X_2$ là nghiệm của hệ $AX = B$.
- ☒ C. $X_1 - X_2$ là nghiệm của hệ $AX = B$.
- ☐ D. Hệ thuần nhất $AX = O$ có vô số nghiệm.

A. phương trình có vô số nghiệm $\Rightarrow R(A) = R(\bar{A}) < n$ (đúng)

B. Do X_1, X_2 là nghiệm nên

$$\begin{cases} AX_1 = B \\ AX_2 = B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2AX_1 = 2B \\ AX_2 = B \end{cases} \Rightarrow A(2X_1 - X_2) = B$$

Vậy $2X_1 - X_2$ là nghiệm

C. Sai do $A(X_1 - X_2) = 0 \neq B$

D. $AX = 0$

mà $R(A) = R(\bar{A}) < n \Rightarrow$ vô số nghiệm

Câu Hỏi 5

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Cho phương trình vi phân $y' + ay = b$ với a, b là các hằng số và $a > 0$.

Chọn phát biểu *sai*:

- ☐ A. Phương trình có nghiệm riêng là hàm hằng.
- ☒ B. Nghiệm tổng quát của phương trình là $y = Ce^{-ax} + b$
- ☐ C. Mọi nghiệm riêng $y = y(x)$ đều hội tụ về một hằng số khi $x \rightarrow +\infty$.
- ☐ D. Tồn tại nghiệm riêng $y = y(x)$ thỏa $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = +\infty$.

$$e^{ax} y' + a e^{ax} y = b e^{ax}$$

$$(y e^{ax})' = b e^{ax}$$

$$\Rightarrow y e^{ax} = \frac{b}{a} e^{ax}$$

$$\Rightarrow y = C e^{-ax} + \frac{b}{a} \quad (\text{sai})$$

A. với $C = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{a}$ là hàm hằng

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} C e^{-ax} + \frac{b}{a} = 0 + \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$

C. Nếu $C > 0 \Rightarrow C e^{-ax} \rightarrow +\infty$

Câu Hỏi 6

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Cho A là ma trận vuông cấp 4, không suy biến. Gọi P_A là ma trận phụ hợp của A .

Giả sử $AP_A = 2I_4$. Tính $\det[(\frac{1}{2}A^T)^{-1}]$.

- ☒ A. ± 8
- ☐ B. 1
- ☐ C. 8
- ☐ D. ± 1

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot P_A$$

$$I = \frac{1}{|A|} \cdot 2I$$

$$\Rightarrow I \cdot |A| = 2I$$

$$\Rightarrow |I| \cdot |A|^4 = 2^4 \cdot |I|$$

$$\Rightarrow |A|^4 = 2^4$$

$$\Rightarrow |A| = \pm 2$$

$$\det[(\frac{1}{2}A^T)^{-1}] = \det[2(A^{-1})^T] = 2^4 \cdot \det(A^{-1}) = 2^4 \cdot \frac{1}{|A|} = \pm 2^3 = \pm 8$$

Câu Hỏi 7

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Trong mô hình input-output Leontief gồm 3 ngành kinh tế, biết ma trận đầu vào là:

$$A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ m & 0.1 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Biết rằng, để ngành 1 tạo ra sản lượng là 100 thì tổng lượng nguyên liệu đầu vào của ngành 1 là 60.

Nếu yêu cầu của ngành mở đối với 3 ngành là (40, 40, 30) thì tổng sản lượng của 3 ngành là:

- ☐ A. 245
☒ B. 300
☐ C. 110
☐ D. 450

Có $(0, 1 + 0, 1 + m)$ nguyên liệu thì đc 1 sản lg.

60

100 sản lg.

$$\Rightarrow 100(0, 2 + m) = 60 \Rightarrow 0, 2 + m = 0, 6$$

$$\Rightarrow m = 0, 4.$$

$$(I - A) \cdot X = D \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0, 9 & -0, 3 & -0, 2 \\ -0, 1 & 0, 8 & -0, 3 \\ -0, 4 & -0, 1 & 0, 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}$$

$$D = 0, 423, \quad D_{x_1} = 42, 3, \quad D_{x_2} = +42, 3, \quad D_{x_3} = 42, 3$$

$$x_1 = 100, \quad x_2 = +100, \quad x_3 = 100 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 300$$

Câu Hỏi 8

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Nghiệm riêng của phương trình vi phân $y'' - y' = 1 + e^x$ có dạng:

- ☐ A. axe^x
☐ B. $a + be^x$
☐ C. $e^x(ax + b)$
☒ D. $ax + bxe^x$

$$\text{pt đăc trưng: } k^2 - k = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} 1.e^{0x} \text{ có 0 là nghiệm} &\Rightarrow Cx \\ e^x \text{ có 1 là nghiệm} &\Rightarrow C_1 x e^x \end{aligned} \right\} ax + bxe^x$$

Câu Hỏi 9

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & m & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

Tìm điều kiện để AA^T khả đảo.

- ☐ A. $m \neq 1$
☐ B. $m \neq \pm 1$
☐ C. $m \neq -1$
☒ D. $m \neq 0$

$$|A \cdot A^T| = |A| \cdot |A^T| = |A| \cdot |A| = |A|^2 \neq 0$$

$$\text{Hay } |A| \neq 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 & m & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} = 30 + 24 + 4m - (6 + 10m + 48)$$

$$= 54 + 4m - (54 + 10m) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$$

Câu Hỏi 10

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Vì phân toàn phần của hàm $f(x,y) = \frac{x}{\sqrt{y}}$ tại $(2,1)$ là:

- ☐ A. $x+y$
☐ B. 0
☐ C. $2x-y+1$
☒ D. $x-y-1$

$$f(x,y) = x \cdot y^{-\frac{1}{2}}$$

$$f_x = y^{-\frac{1}{2}}, f_y = \frac{1}{2} x y^{-\frac{3}{2}}$$

$$\begin{aligned} df(x,y) &= y^{\frac{1}{2}} dx - \frac{1}{2} x y^{-\frac{1}{2}} dy \\ &= 1(x-2) - (y-1) \\ &= x-y-1 \end{aligned}$$

Câu Hỏi 11

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Cho các đại lượng x và y có quan hệ $y = y(x)$ và thỏa $xy^4 + y^3 = 8e^x$.

Tại $x=0$, nếu đại lượng x tăng 3 đơn vị thì đại lượng y sẽ:

- ☐ A. Giảm xấp xỉ 1 đơn vị.
☐ B. Tăng xấp xỉ 4 đơn vị.
☐ C. Tăng xấp xỉ 0.5 đơn vị.
☒ D. Giảm xấp xỉ 2 đơn vị.

$$xy^4 + y^3 = 8e^x$$

$$y^4 + 4xy^3 \cdot y'(x) + 3y^2 y'(x) = 8e^x$$

$$16 + 12y'(x) = 8$$

$$y'(x) = -\frac{2}{3}$$

$$\Delta y \approx y' \cdot \Delta x = -\frac{2}{3} \cdot 3 = -2$$

$$\text{Tại } x=0 \Rightarrow y=2$$

Trường hợp

Công thức gần đúng

Hàm 1 biến

$$\Delta y \approx f'(x) \cdot \Delta x$$

Hàm 2 biến

$$\Delta z \approx \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \Delta y$$

Câu Hỏi 12

Chưa trả lời Đạt điểm 0,50

Đặt cờ

Trong mô hình input-output Leontief gồm 3 ngành kinh tế, biết ma trận đầu vào là:

$$A = \begin{pmatrix} 0.1 & m & 0.3 \\ 0.2 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}$$

Biết rằng:

- Mức sản lượng của 3 ngành là $(200, 150, 100)$.
- Tổng lượng nguyên liệu của ngành 1 cung cấp cho ngành 2 và ngành 3 là 90.

Tính tổng lượng nguyên liệu đầu vào của 3 ngành.

- ☐ A. 400
☐ B. 215
☐ C. 255
☒ D. 305

Gọi ng liệu 1 cung cho 2 là $x \Rightarrow$ 1 cung 3 là $90-x$

cứ m nguyên 1 cung 2 thì 2 sec 1 đv sp
 x 150

cứ 0,3 nguyên 1 cung 3 thì 3 sec 1 đv sp
 $90-x$ 100

$$\begin{cases} 150m = x \\ 100 \cdot 0,3 = 90 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 0,4 \\ x = 60 \end{cases}$$

$$(0,1+0,2+0,3) \cdot 100 + (0,4+0,2+0,1) \cdot 150 + (0,3+0,1+0,4) \cdot 100$$

$$= 305$$

Câu Hỏi 13 Chưa trả lời Đạt điểm 0,50 Đặt cờ

Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình sau không có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = m \\ x_1 + 5x_2 + mx_3 = 1 \end{cases}$$

☐ A. m tùy ý.
☒ B. $m = 0$
☐ C. $m \neq 1$
☐ D. $m \neq 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & m \\ 1 & 5 & m & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & -1 & m-4 \\ 0 & 3 & m+1 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & -1 & m-4 \\ 0 & 0 & m & m-5 \end{pmatrix}$$

Nếu $m = 0 \Rightarrow R(A) = 2, R(\bar{A}) = 3$
 $\Rightarrow$ vô n

với $m \neq 0 \Rightarrow R(A) = R(\bar{A}) = 3$, pt có n duy nhất

Câu Hỏi 15 Chưa trả lời Đạt điểm 0,50 Đặt cờ

Cho A và B là các ma trận vuông cấp 5. Giả sử A suy biến và B không suy biến. Chọn phát biểu sai:

☐ A. Ma trận $A^2 + AB$ không khả đảo.
☐ B. Hạng của AB^T nhỏ hơn 5.
☒ C. Phương trình $AX = B$ có nghiệm.
☐ D. Phương trình $BX = A$ có nghiệm.

$|A| = 0 \quad |B| \neq 0$

C. Do $|A| = 0 \Rightarrow$ h tồn tại A^{-1} hay pt vô n

D. Do $|B| \neq 0 \Rightarrow \exists B^{-1}$ hay

$X = B^{-1}A$ là n

A. $|A^2 + AB|$

$= |A| \cdot |A + B|$

Do $|A| = 0 \Rightarrow |A^2 + AB| = 0$ hay h khả đảo

B. $|A \cdot B^T|$

$= |A| \cdot |B|$

$= 0$

$\Rightarrow R(A \cdot B^T) < n = 5$

Câu Hỏi 14 Chưa trả lời Đạt điểm 0,50 Đặt cờ

Một xí nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Hàm cầu của loại sản phẩm này là $q = 240 - mp$, trong đó m là tham số.

Tại mức giá $p = 40$, độ co giãn cầu theo giá có giá trị là $\varepsilon_p = -0.5$.

Tính doanh thu tại mức giá $p = 40$.

☐ A. 2140
☒ B. 6400
☐ C. 4520
☐ D. 5050

$\varepsilon = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -m \cdot \frac{40}{240 - 40m} = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 80m = 240 - 40m$

$\Rightarrow m = 2$

$q = 240 - 2p$

Doanh thu: $pq = 40(240 - 80) = 6400$

Câu Hỏi 16 Chưa trả lời Đạt điểm 0,50 Đặt cờ

Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + mx_3 = m-1 \end{cases}$$

☐ A. $m = 4$
☐ B. Không tồn tại m .
☐ C. $m \neq 4$
☒ D. m tùy ý.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & m & m-1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & m-3 & m-7 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & m-4 & m-4 \end{pmatrix}$$

Với $m = 4 \Rightarrow$ hệ có vô nghiệm

Với $m \neq 4 \Rightarrow R(A) = R(\bar{A}) = 3 \Rightarrow$ hệ có vô số nghiệm hay pt luôn có nghiệm

Câu Hỏi 17 Chưa trả lời Đạt điểm 0,50 Đặt cờ

Giả sử hàm $f(x, y) = x + y$ đạt cực trị tại (x_0, y_0) với ràng buộc $x^3 + y^3 = 2$.

Chọn phát biểu đúng:

☐ A. $f(x_0, y_0) = 8$
☐ B. $x_0 + y_0 = 0$
☒ C. $x_0 - y_0 = 0$
☐ D. $f(x_0, y_0) = -8$

$$L(x, y, \lambda) = x + y + \lambda(2 - x^3 - y^3)$$

$$\begin{cases} L_x = 1 - 3x^2\lambda \\ L_y = 1 - 3y^2\lambda \\ L_\lambda = 2 - x^3 - y^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm y \\ 2 = x^3 + y^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = y = 1$$

Câu Hỏi 18 Chưa trả lời Đạt điểm 0,50 Đặt cờ

Cho các hàm số $u = u(x)$, $v = v(y)$ khả vi và thỏa

$$\begin{aligned} u'(x_0) &= v'(y_0) = 0 \\ u''(x_0) &= 1, v''(y_0) = -1 \end{aligned}$$

Đặt $f(x, y) = u(x) + v(y)$. Chọn phát biểu sai:

☐ A. Hàm v đạt cực đại tại y_0 .
☐ B. Hàm u đạt cực tiểu tại x_0 .
☐ C. (x_0, y_0) là điểm dừng của hàm $f(x, y)$.
☒ D. Hàm $f(x, y)$ đạt cực trị tại (x_0, y_0) .

A. y_0 là cực trị của v
 $v'' < 0 \Rightarrow$ hàm đi xuống



B. Đúng như A.

C.

$$\begin{cases} f'_x = u'(x) = 0 \\ f'_y = v'(y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = x_0, y = y_0 \text{ đúng}$$

D. chưa chắc do theo A và B